

Exercice 1 : (2.5points)

- 1) Vérifier que : $\frac{(x+1)^2}{x^2+1} = 1 + \frac{2x}{x^2+1}$ et en déduire : $\int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx$
- 2) a-Par une intégration par parties calculer : $\int_0^1 xe^x dx$
- b-En déduire la valeur de : $\int_0^1 (x - e^{-2x})e^x dx$

Exercice 2 : (4points)

Soit la suite U_n définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{5}{6}U_n + \frac{1}{6}$

- 1) Montrer par récurrence pour tout n de \mathbb{N} : $U_n > 1$.
- 2) Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.
- 3) On suppose que : $V_n = U_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - a. Calculer V_0 .
 - b. Montrer que V_n est une suite géométrique et préciser sa raison
 - c. Montrer que $V_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - d. Calculer U_n en fonction de n
 - e. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 3 : (9.5points)

Partie I :

On considère la fonction numérique g définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = x + 1 - e^x$

- 1) Calculer $h'(x)$ pour tout x de \mathbb{R} .
- 2) Etudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de h sur l'intervalle \mathbb{R}
- 3) Calculer $h(0)$ puis en déduire le signe de h sur l'intervalle \mathbb{R} .

Partie II :

On considère la fonction numérique g définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 2x - 2e^x$

1) a- Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

b- Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

2) Vérifier que $f'(x) = 2h(x)$ pour tout x de \mathbb{R} puis dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle \mathbb{R} .

3) a- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique α dans \mathbb{R} et que α appartient à l'intervalle $] -2, 2 ; -2[$.

b- Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion d'abscisses 0.

c- Calculer $f'(0)$ puis déterminer l'équation de la droite tangente (T) à (C_f) au point I.

d- construire C_f et la droite (T) .

Exercice 4 : (4points)

On a un Dé de forme cubique non truqué dont les faces portent les numéros 1, 1, 1, 2, 2 et 3 successivement

On jette le Dé deux fois successives et on marque dans chaque fois le numéro porté par la face de haut. On considère les événements :

A "Avoir deux fois le numéro 3"

B "Avoir deux numéros dont le produit est plus petit ou égal à 6".

1) a- Montrer que : $P(A) = \frac{1}{36}$

b- Montrer que B est l'événement contraire de A. En déduire $P(B)$.

2) Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois ou apparait le numéro 3.

a- Déterminer les valeurs de X et la loi de la variable X .

b- Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable X .

